

Ovi izrazi nam pokazuju da pomjeranja i obrtanja presjeka c bilo da ih računamo sa lijeve ili desne strane određuju onaj dio pomjeranja štapa koji potiče od pomjeranja štapa kao krute ploče u ravni.

Znači kada znamo deformacijske veličine presjeka štapa $\chi, \varepsilon, \varphi_T$ i pomjeranja i obrtanja kraja i, odnosno $k, u_i, v_i, \varphi_i, u_k, v_k, \varphi_k$, možemo odrediti pomjeranja i obrtanja u bilo kom presjeku štapa. Veličine u_i, v_i, φ_i i u_k, v_k, φ_k određuju pomjeranja štapa kao krute ploče u ravni.

Međutim, umjesto pomjeranja i obrtanja krajeva, mogu da budu zadate tri veličine koje određuju pomjeranja štapa kao krute ploče u ravni. Te veličine, koje obelježavamo sa U_1, U_2, U_3 zovu se *deformacijski nezavisne veličine štapa*, i mogu biti pomjeranja ili obrtanja kraja i ili kraja k, ili linearne funkcije tih veličina:

$$U_j = U_j(u_i, v_i, \varphi_i, u_k, v_k, \varphi_k), \quad j=1,2,3$$

Opšti izrazi za pomjeranja tačaka i obrtanja presjeka mogu da se napišu na sljedeći način:

$$(\varphi - \varphi_T)_c = (\varphi - \varphi_T)_{c,0} + U_1 \varphi_{c,1} + U_2 \varphi_{c,2} + U_3 \varphi_{c,3}$$

$$u_c = u_{c,0} + U_1 u_{c,1} + U_2 u_{c,2} + U_3 u_{c,3}$$

$$v_c = v_{c,0} + U_1 v_{c,1} + U_2 v_{c,2} + U_3 v_{c,3}$$

$(\varphi - \varphi_T)_{c,0}, u_{c,0}, v_{c,0}$ – obrtanja presjeka i pomjeranja tačaka ose štapa usljed dejstva spoljašnjih uticaja kada su $U_1 = U_2 = U_3 = 0$, odnosno pri stanju $U_j = 0$

$u_{c,j}, v_{c,j}, \varphi_{c,j}, j=1,2,3$ – predstavljaju obrtanja presjeka i pomjeranja tačaka ose štapa kada se štap pomjera kao kruta ploča u ravni kada je jedna od $U_j = 1$ a ostale dvije veličine U su nula. Stanja pomjeranja štapa kratko ćemo zvati *stanje $U_1 = 1$, stanje $U_2 = 1$ i stanje $U_3 = 1$*

Ako usvojimo da su:

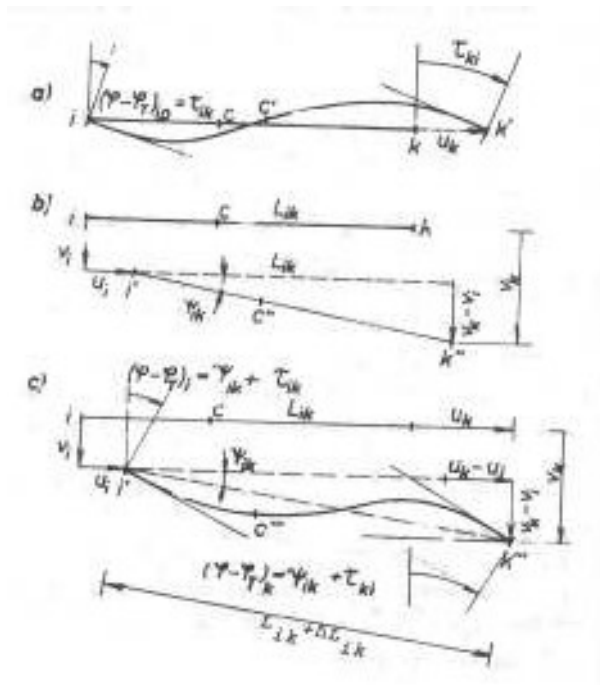
$$U_1 = u_i, \quad U_2 = v_i, \quad U_3 = v_k$$

Obrtanja presjeka $(\varphi - \varphi_T)_c^I$ i pomjeranja u_c^I i v_c^I usled deformacijski neodređenih veličina U_1, U_2, U_3 dobijamo polazeći od izraza za obrtanja i pomjeranja štapa kao krute ploče u ravni (slika 19b):

$$\begin{aligned} (\varphi - \varphi_T)_c^I &= \psi_{ik} \\ u_c^I &= u_i \\ v_c^I &= v_i + \xi_c L_{ik} \psi_{ik} \end{aligned} \quad (20)$$

u_i, v_i – translacija ploče za veličinu pomjeranja tačke i,

ψ_{ik} – rotacija ploče oko te tačke.



Slika 19.

Kada u prethodne relacije ubacimo da je $\xi_c=1$ pomjeranje $v_c^I = v_k$ dobijamo:

$$v_k = v_i + L_{ik} \psi_{ik}$$

$$\psi_{ik} = \frac{v_k - v_i}{L_{ik}}$$

Ova relacija se može izvesti i sa slike 19:

$$\sin \psi_{ik} = \frac{v_k - v_i}{L_{ik} + \Delta L_{ik}}$$

Kako su u teoriji malih deformacija veličine ψ_{ik} , ΔL_{ik} , v_i , v_k toliko male da im se kvadrati mogu zanemariti, slijedi:

$$\sin \psi_{ik} \cong \psi_{ik} = \frac{v_k - v_i}{L_{ik} + \Delta L_{ik}} \cong \frac{v_k - v_i}{L_{ik}} \left(1 - \frac{\Delta L_{ik}}{L_{ik}} \right) \cong \frac{v_k - v_i}{L_{ik}}$$

ψ_{ik} – ugao obrtanja tetive štapa

Kada izraz za obrtanje tetive štapa ubacimo u relacije (20) dobija se:

$$(\varphi - \varphi_T)_c^I = (v_k - v_i)/L_{ik}$$

$$u_c^I = u_i$$

$$v_c^I = v_i \xi_c^I + v_k \xi_c$$

Kada ovim vrijednostima dodamo obrtanja i pomjeranja koja nastaju pri stanju $U_j=0$ tada dobijamo ukupna pomjeranja:

$$(\varphi - \varphi_T)_c = \frac{v_k - v_i}{L_{ik}} + (\varphi - \varphi_T)_{c,o}$$

$$u_c = u_i + u_{c,o}$$

$$v_c = v_i \xi'_c + v_k \xi_c + v_{c,o}$$

Za određivanje članova $(\varphi - \varphi_T)_{c,o}$, $u_{c,o}$ i $v_{c,o}$ koriste se relacije (18) i dobija se:

$$\begin{aligned} (\varphi - \varphi_T)_{c,o} &= \tau_{ik} - \int_i^c \chi dx = \tau_{ki} + \int_c^k \chi dx \\ u_{c,o} &= \int_i^c \varepsilon dx = \Delta L_{ik} - \int_c^k \varepsilon dx \\ v_{c,o} &= \xi'_c L_{ik} \tau_{ik} - \int_i^c [(x_c - x)\chi - \varphi_T] dx = -\xi'_c L_{ik} \tau_{ik} - \int_c^k [(x - x_c)\chi + \varphi_T] dx \end{aligned} \quad (21)$$

pri čemu su uvedene sljedeće oznake za veze:

$$\begin{aligned} \Delta L_{ik} &= u_k - u_i \\ \tau_{ik} &= (\varphi - \varphi_T)_i - \psi_{ik} = (\varphi - \varphi_T)_i - \frac{v_k - v_i}{L_{ik}} \\ \tau_{ki} &= (\varphi - \varphi_T)_k - \psi_{ik} = (\varphi - \varphi_T)_k - \frac{v_k - v_i}{L_{ik}} \end{aligned} \quad (22)$$

koje predstavljaju deformacijske veličine štapa kao cjeline date preko pomjeranja i obrtanja krajeva štapa.

Veličine ΔL_{ik} , τ_{ik} i τ_{ki} imaju jednostavno fizičko značenje (slika 19):

$$l_{ik} \cos \psi_{ik} + u_i = l_{ik} + u_k$$

$$\cos \psi_{ik} \cong 1$$

$$l_{ik} + \Delta L_{ik} + u_i = l_{ik} + u_k$$

$$\Delta L_{ik} = u_k - u_i \text{ promjena dužine tetive štapa}$$

Razlika ugla obrtanja na kraju i i obrtanja tetive štapa i-k je deformacioni ugao na kraju i štapa i-k i označava se sa τ_{ik} :

$$\tau_{ik} = (\varphi - \varphi_T)_i - \psi_{ik}$$

τ_{ki} predstavlja deformacioni ugao na kraju k štapa i-k.

ΔL_{ik} , τ_{ik} i τ_{ki} su čiste deformacijske veličine i jednake su nuli kada se štap ne deformiše.

Ove veličine možemo prikazati i preko deformacijskih veličina elementa štapa χ , ε i φ_T , kad u (21) tačku c izjednačimo sa i:

$$\begin{aligned}\tau_{ik} &= \frac{1}{L_{ik}} \int_i^k (\xi L_{ik} \chi - \varphi_T) dX \\ \tau_{ki} &= -\frac{1}{L_{ik}} \int_i^k (\xi L_{ik} \chi + \varphi_T) dX \\ \Delta L_{ik} &= \int_i^k \varepsilon dX\end{aligned}\quad (23)$$

1.1.10. Veze statički nezavisnih veličina i deformacijskih veličina štapa

Da bi odredili statičke veličine u proizvoljnom presjeku štapa potrebno je znati opterećenje p_x , p_y i tri nezavisne statičke veličine X_i ($i=1,2,3$).

Da bi odredili pomjeranja i obrtanja poprečnih presjeka treba poznavati presječne sile N , T i M , t i Δt i tri deformacijski nezavisne veličine U_i ($i=1,2,3$).

Znači da bi odredili sve uticaje potrebno je da znamo tri nezavisne statičke veličine X_i i tri deformacijski nezavisne veličine U_i ili manje jednih a više drugih tako da suma bude 6 nezavisnih veličina.

Ako su nam poznate samo deformacijske veličine najbolje je usvojiti veličine:

$$U_j = U_j(u_i, v_i, (\varphi - \varphi_T)_i, u_k, v_k, (\varphi - \varphi_T)_k), \quad j=1,2,\dots,6$$

koje su linearno nezavisne.

Ako iskoristimo veze pomjeranja i deformacijske veličine ΔL_{ik} , τ_{ik} i τ_{ki} (19) i veze (20) unesemo u te relacije, dobijamo veze između statičkih i deformacijskih nezavisnih veličina i pomjeranja i obrtanja krajeva štapa.

Usvajamo da su nezavisne veličine:

$$\begin{aligned}U_1 &= u_i, \quad U_2 = v_i, \quad U_3 = u_k, \quad U_4 = v_k, \quad U_5 = (\varphi - \varphi_T)_i, \quad U_6 = (\varphi - \varphi_T)_k \\ X_1 &= M_i, \quad X_2 = M_k, \quad X_3 = S_{ik}\end{aligned}$$

Kada relacije:

$$\begin{aligned}N_c &= S_{ik} + N_{c,o} \\ T_c &= \frac{M_k - M_i}{L} + T_{c,o} \\ M_c &= M_i \xi'_c + M_k \xi_c + M_{c,o}\end{aligned}$$

ubacimo u veze:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{N}{EF} + \alpha_t t \\ \chi &= \frac{M}{EI} + \alpha_t \frac{\Delta t}{h} \\ \varphi_t &= \frac{kT}{GF}\end{aligned}$$

dobija se:

$$\varepsilon = \frac{S_{ik}}{EF} + \frac{N}{EF} + \alpha_t t$$

$$\chi = \frac{M_i \xi'}{EI} + \frac{M_k \xi}{EI} + \frac{M_o}{EI} + \alpha_t \frac{\Delta t}{h}$$

$$\varphi_t = \frac{M_k}{L_{ik}} \frac{k}{GF} - \frac{M_i}{L_{ik}} \frac{k}{GF} + \frac{kT_o}{GF}$$

koje kada uvrstimo u relacije (23) dobijamo:

$$\Delta L_{ik} = S_{ik} \int_i^k \frac{dx}{EF} + \int_i^k \frac{N_o dx}{EF} + \int_i^k \alpha_t t dx$$

$$\tau_{ik} = M_i \left[\int_i^k \frac{\xi'^2}{EI} dx + \frac{k}{L_{ik}^2} \int_i^k \frac{dx}{GF} \right] + M_k \left[\int_i^k \frac{\xi' \xi}{EI} dx - \frac{k}{L_{ik}^2} \int_i^k \frac{dx}{GF} \right] + \left[\int_i^k \frac{\xi M_o}{EI} dx - \frac{k}{L_{ik}} \int_i^k \frac{T_o dx}{GF} \right] + \int_i^k \xi' \alpha_t \frac{\Delta t}{h} dx$$

$$-\tau_{ki} = M_i \left[\int_i^k \frac{\xi' \xi}{EI} dx - \frac{k}{L_{ik}^2} \int_i^k \frac{dx}{GF} \right] + M_k \left[\int_i^k \frac{\xi^2}{EI} dx + \frac{k}{L_{ik}^2} \int_i^k \frac{dx}{GF} \right] + \left[\int_i^k \frac{\xi M_o}{EI} dx + \frac{k}{L_{ik}} \int_i^k \frac{T_o dx}{GF} \right] + \int_i^k \xi \alpha_t \frac{\Delta t}{h} dx$$

Ako uvedemo sljedeće oznake:

$$\Delta L_{ik,s} = \int_i^k \frac{dx}{EF} \quad \Delta L_{ik,o} = \int_i^k \frac{N_o dx}{EF} \quad \Delta L_{ik,t} = \int_i^k \alpha_t t dx$$

$$\alpha_{ik} = \int_i^k \frac{\xi'^2}{EI} dx + \frac{k}{L_{ik}^2} \int_i^k \frac{dx}{GF} \quad \beta_{ik} = \beta_{ki} = \int_i^k \frac{\xi' \xi}{EI} dx - \frac{k}{L_{ik}^2} \int_i^k \frac{dx}{GF} \quad \alpha_{ki} = \int_i^k \frac{\xi^2}{EI} dx + \frac{k}{L_{ik}^2} \int_i^k \frac{dx}{GF}$$

$$\alpha_{ik,o} = \int_i^k \frac{\xi M_o}{EI} dx - \frac{k}{L_{ik}} \int_i^k \frac{T_o dx}{GF} \quad \alpha_{ki,o} = \int_i^k \frac{\xi M_o}{EI} dx + \frac{k}{L_{ik}} \int_i^k \frac{T_o dx}{GF} \quad \alpha_{ik,\Delta t} = \int_i^k \xi' \alpha_t \frac{\Delta t}{h} dx \quad \alpha_{ki,\Delta t} = \int_i^k \xi \alpha_t \frac{\Delta t}{h} dx$$

dobijamo veze između statičkih i deformacijskih veličina:

$$\Delta L_{ik} = S_{ik} \Delta L_{ik,s} + \Delta L_{ik,o} + \Delta L_{ik,t}$$

$$\tau_{ik} = M_i \alpha_{ik} + M_k \beta_{ik} + \alpha_{ik,o} + \alpha_{ik,\Delta t}$$

$$-\tau_{ki} = M_k \alpha_{ki} + M_i \beta_{ki} + \alpha_{ki,o} + \alpha_{ki,\Delta t}$$

ΔL_{ik} , τ_{ik} i τ_{ki} možemo prikazati preko pomjeranja krajeva štapa i-k:

$$S_{ik} \Delta L_{ik,s} = (u_k - u_i) - \Delta L_{ik,o} - \Delta L_{ik,t}$$

$$M_i \alpha_{ik} + M_k \beta_{ik} = (\varphi - \varphi_T)_i - \frac{v_k - v_i}{L_{ik}} - \alpha_{ik,o} - \alpha_{ik,\Delta t}$$

$$M_k \alpha_{ki} + M_i \beta_{ki} = -(\varphi - \varphi_T)_k + \frac{v_k - v_i}{L_{ik}} - \alpha_{ki,o} - \alpha_{ki,\Delta t}$$

2. OSNOVNE NEPOZNATE I OSNOVNE JEDNAČINE RAVNIH LINIJSKIH NOSAČA I NJIHOVA KLASIFIKACIJA

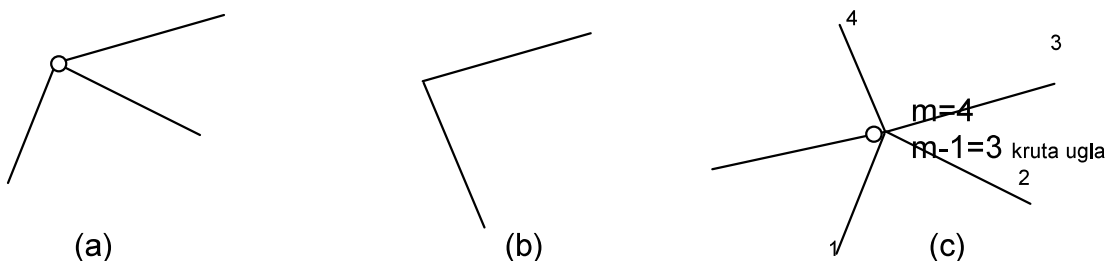
2.1. Elementi i čvorovi nosača

Linijski nosači sastoje se od pravih ili krivih štapova. U zavisnosti od vrste opterećenja koje primaju i prenose štapovi se dijele na proste i gredne štapove. *Prosti štapovi* su pravi štapovi koji su sposobni da prime i prenesu samo sile u pravcu ose štapa.

Gredni štapovi-grede su štapovi koji su sposobni da prime i prenesu sile proizvoljnog pravca.

Ravan nosača je ravan u kojoj leže ose svih štapova ravnih linijskih nosača i jedna od glavnih centralnih osa inercije njihovih poprečnih presjeka.

Veze štapova mogu biti *zglavkaste* i *krute*. Zglavkasta veza je ona veza koja težištima sučeljenih presjeka ne dozvoljava da se relativno pomjeraju, dok presjeci mogu slobodno da se obrću (vidi sliku 1a).



Slika 1.

Kruta veza dva štapa, prikazana na slici 1b, sučeljenim presjecima ne dozvoljava ni relativno pomjeranje ni relativno obrtanje. *Veza u kojoj je kruto vezano m štapa sadrži $m-1$ krutih uglova* (Slika1c).

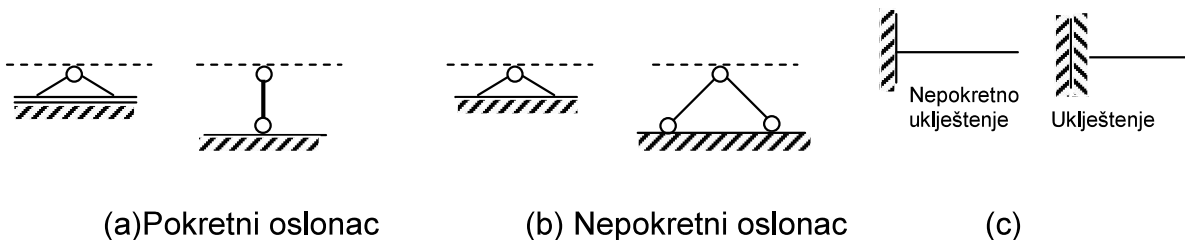
Prosti štapovi mogu biti vezani samo zglavkasto, dok gredni štapovi mogu biti vezane i zglavkasto i kruto.

Elemente nosača mogu biti unutrašnji i spoljašnji.

Unutrašnji elementi nosača sprečavaju relativna pomjeranja tačaka nosača. Unutrašnji elementi su *štapovi i kruti uglovi*.

Spoljašnji elementi nosača sprečavaju pomjeranja tačaka nosača u odnosu na stalne tačke. Spoljašnji elementi su *oslonci i uklještenja*.

Oslonac je konstruktivni element nosača koji oslonjenoj tački ne dozvoljava pomjeranje ili potpuno - krut oslonac, ili djelimično – elastičan – deformabilan oslonac (slika 2a.). Pravac u kome je spriječeno pomjeranje naziva se pravac oslanjanja ili pravac oslonca. Upravno na pravac oslanjanja tačka može slobodno da se pomjera. Često je jedna tačka oslonjena na dva oslonca koji formiraju nepokretno ležište(slika 2b.). Ako je tačka oslonjena na jedan oslonac tada se takav oslonac zove pokretno ležište.



Slika 2.

Uklještenje je konstruktivni dio nosača koji uklještenom presjeku štapa sprečava obrtanje. U uklještenju obrtanje može biti spriječeno potpuno i tada se naziva kruto uklještenje, ili samo djelimično kada je uklještenje elastično ili deformabilno. U konstrukcijama uklještenje je obično u vezi sa nepokretnim ležištem tako da je spriječeno i pomjeranje i obrtanje uklještenog presjeka. Takvo uklještenje nazivamo nepokretno uklještenje (slika 2c).

Ako uvedemo sljedeće oznake:

z_s - broj štapova

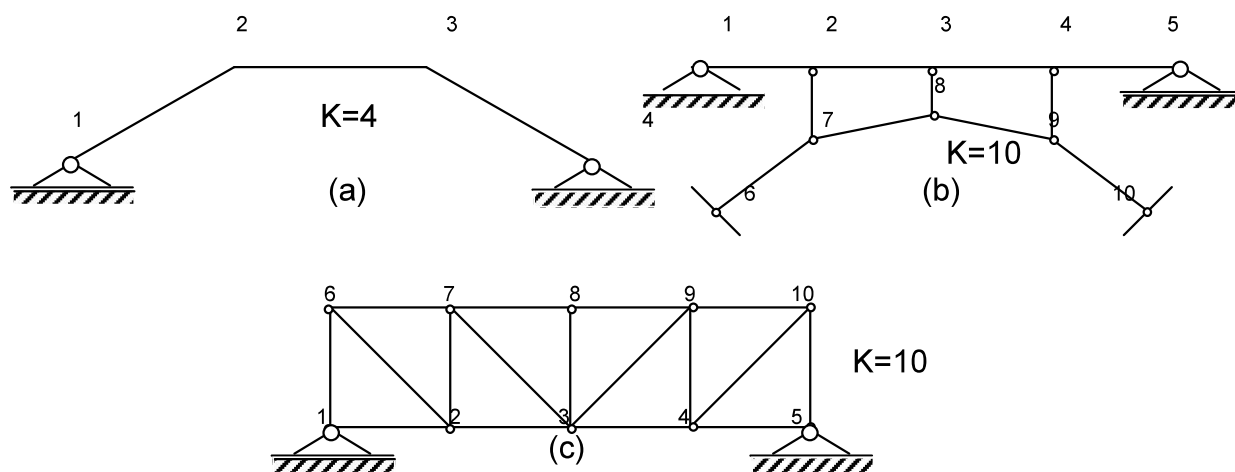
z_k - broj krutih uglova

z_o - broj oslonaca

z_u - broj uklještenja

ukupan broj elemenata linijskog nosača je $z_s + z_k + z_o + z_u$.

Krajnje tačke štapova, tj tačke na slobodnim krajevima, na krajevima na kojima su štapovi međusobo vezani, oslonjeni ili uklješteni, zvaćemo čvorne tačke nosača ili kraće *čvorovi nosača*. Svaki štاپ povezuje samo dva čvora. Čvorove ćemo belježiti brojevima od 0 do K, tako da je ukupan broj čvorova nosača K (slika 3).



Slika 3.

U zavisnosti od vrste štapova nosače-sisteme štapova dijelimo na rešetkaste i pune nosače. Rešetkasti nosači su nosači koji su sastavljeni samo od prostih štapova (slika 3c). Puni nosači su nosači koji se sastoje od prostih i grednih štapova (slika 3a i 3b).

Od načina obelježavana čvorova zavisi broj unutrašnjih elemenata nosača. Povećanjem broja čvorova povećava se i broj unutrašnjih elemenata nosača. Dok broj štapova i broj elemenata nosača može da se smanji samo do određene granice, njihov broj može da se poveća proizvoljno, jer ma koja tačka ose štapa može se proglasiti čvorom. Važno je reći da je *broj elemenata nosača jednoznačno određen kada su usvojeni čvorovi i obrnuto broj čvorova je jednoznačno određen kada su usvojeni elementi nosača.*

Da bi jedan sistem štapova koji su međusobno vezani i oslonjeni, mogao da bude nosač, potrebno je da zadovolji određene uslove, o kojima će biti govora nešto kasnije.

2.2. Osnovne nepoznate nosača

Spoljašnje sile koje djeluju na nosač dijelimo na :

- aktivne sile
- pasivne ili reaktivne sile

Aktivne sile su spoljašnje sile koje djeluju na nosač. Ovim silama suprotstavljaju se reaktivne sile, koje su nepoznate, i sa kojim aktivne sile stoje u ravnoteži. Svaki oslonac suprotstavlja se pomjeranju oslonjene tačke jednom silom u pravcu oslanjanja koju nazivamo reakcijom oslonca, a svako uklještenje se suprotstavlja rotaciji uklještenog presjeka jednim spregom sila koji nazivamo reakcijom uklještenja ili momentom uklještenja.

Ako sa z_o označimo broj oslonaca a sa z_u označimo broj uklještenja tada će ukupan broj nepoznatih spoljašnjih sila biti jednak broju spoljašnjih elemenata nosača $z_o + z_u$.

Unutrašnje sile nosača biće poznate kada su poznate sile u presjecima svih štapova tog nosača. U prethodnom poglavlju vidjeli smo da sile u presjeku jednog štapa mogu da se odrede kada pored opterećenja duž ose štapa poznajemo i tri statički nezavisne veličine X_1 , X_2 i X_3 . Ukupan broj nepoznatih X za čitav nosač manji je od trostrukog broja štapova tog nosača umanjeno za broj sila i momenata koji mogu da se odrede iz uslova oslanjanja i uslova međusobne veze štapova.

Statički nezavisnih veličina S_{ik} ima onoliko koliko i štapova u sistemu štapova z_s , dok je broj statički nezavisnih veličina M_{ik} i M_{ki} jednak broju kruto vezanih krajeva štapova.

Saglasno definiciji krutog ugla u čvoru u kome postoji kruta veza, broj kruto vezanih štapova, tj broj nepoznatih momenata je za jedan veći od broja krutih uglova u toj vezi. U sistemu štapova broj nepoznatih momenata je veći od broja krutih uglova za broj grupa kruto vezanih štapova. Ako broj takvih grupa obilježimo sa m , broj nepoznatih momenata savijanja je $z_k + m$.

Ukupan broj nepoznatih statičkih veličina je $z_s + z_k + m$.

Broj m može da se definiše kao broj čvorova u kojem postoji bar jedan krut ugao. Ukupan broj nepoznatih spoljašnjih i unutrašnjih sila ili kraće ukupan broj statički nepoznatih je:

$$z_o + z_u + z_s + z_k + m$$

tj. za m veći od ukupnog broja elemenata nosača.

Da bi pored unutrašnjih sila mogli da odredimo i deformaciju nosača, pored pobrojanih statičkih veličina treba da poznamo i određen broj deformacijskih veličina. U prethodnom poglavlju vidjeli smo da pomjeranja tačaka jednog štapu mogu da se odrede kada su pored sila u presjecima, temperaturnih promjena i temperaturne razlike, poznate još tri deformacijski nezavisne veličine U_1 , U_2 i U_3 . Ukupan broj nepoznatih U za čitav nosač je prema tome manji od ukupnog broja komponenti pomjeranja krajnjih tačaka štapova, tj. od broja komponenti pomjeranja čvorova nosača za broj štapova tog nosača, odnosno, $2K - z_s$. U opštem slučaju vrlo teško se može reći koja pomjeranja, odnosno, obrtanja su nezavisna od deformacije štapova, zbog toga u deformacijski nepoznate veličine ubrajamo svih $2K$ komponenti pomjeranja čvorova, s tim da pomjeranja nijesu nezavisna od deformacija.

Ukupan broj statičkih i deformacijskih veličina tada je:

$$z_0 + z_u + z_s + z_k + m + 2K$$

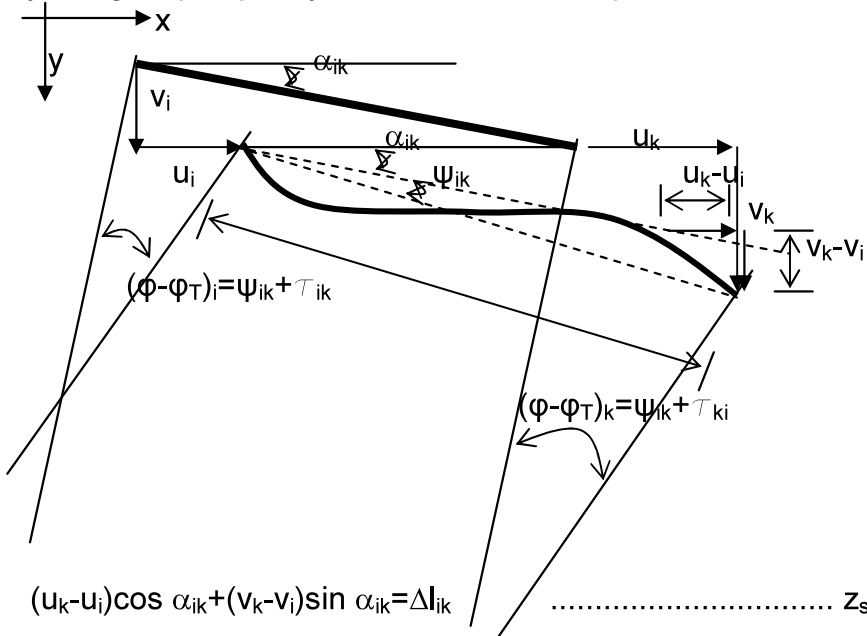
Jednačine iz kojih se mogu odrediti ove nepoznate sastoje se od dvije grupe uslova:

- uslovi kompatibilnosti pomjeranja čvorova nosača
- uslovi ravnoteže nosača

2.3. Uslovi kompatibilnosti pomjeranja čvorova nosača

Uslovi kompatibilnosti čvorova odnose se na geometriju deformacije nosača i predstavljaju veze pomjeranja čvorova sa jedne strane i deformacijskih veličina štapova, pomjeranja oslonaca i obrtanja uklještenja, s druge strane. Ovi uslovi sastoje se od četiri grupe jednačina.

I grupa jednačina predstavljaju vezu između pomjeranja čvorova na krajevima jednog štapu i promjene dužine tetive štapu, slika 4.

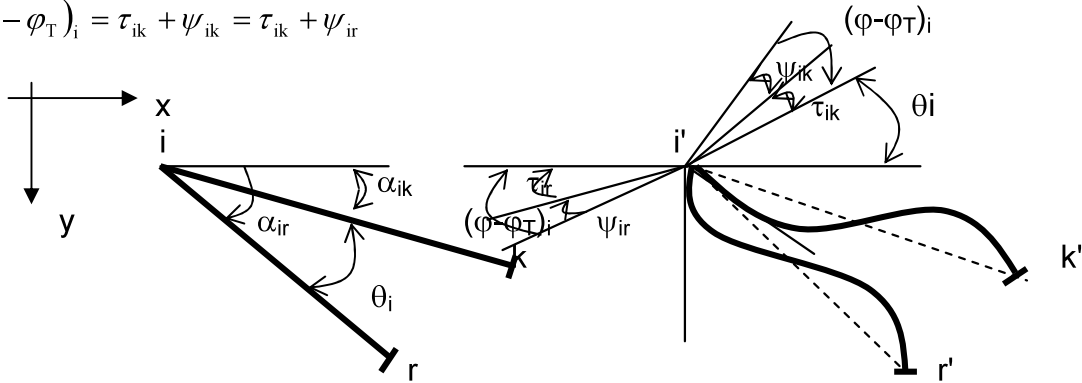


Slika 4.

II grupa jednačina slijedi iz uslova krute veze štapova (slika 5) štapova i-k i i-r. Obrtanje kraja i štapa i-k jednako je obrtanju kraja i štapa i-r. Na osnovu ranije izvedenih jednačina dobija se:

$$(\varphi - \varphi_T)_i = \tau_{ik} + \psi_{ik} = \tau_{ik} + \frac{(v_k - v_i) \cos \alpha_{ik} - (u_k - u_i) \sin \alpha_{ik}}{l_{ik}}$$

$$(\varphi - \varphi_T)_i = \tau_{ik} + \psi_{ik} = \tau_{ik} + \psi_{ir}$$



Slika 5.

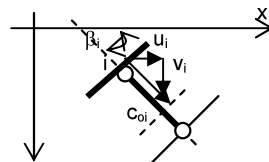
$$\frac{(v_k - v_i) \cos \alpha_{ik} - (u_k - u_i) \sin \alpha_{ik}}{l_{ik}} - \frac{(v_r - v_i) \cos \alpha_{ir} - (u_r - u_i) \sin \alpha_{ir}}{l_{ir}} = \tau_{ir} - \tau_{ik} \dots \dots \dots Z_k$$

Ukupan broj uslovi za relativna pomjeranja čvorova je $Z_s + Z_k$.

Uslovi za apsolutna pomjeranja čine III i IV grupu jednačina.

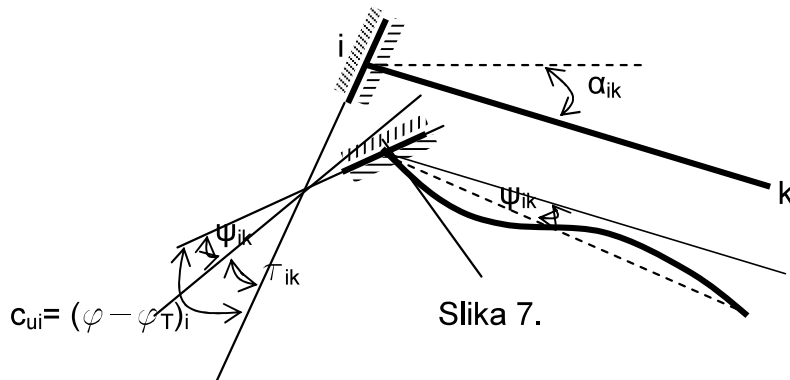
Na slici 6 prikazano je pomjeranje čvora i koji je oslonjen elastičnim osloncem čiji pravac zaklapa ugao β_i . Ako sa c_{oi} označimo pomjeranje oslonca u pravcu oslanjanja, sa slike se može zaključiti:

$$u_i \cos \beta_i + v_i \sin \beta_i = c_{oi} \dots \dots \dots Z_0$$



Slika 6.

Na slici 7 prikazano je pomjeranje tačaka štapa i-k koji je na kraju i elastično uklješten.



Slika 7.

$$\Psi_{ik} + \tau_{ik} = C_{ui}$$

$$c_{ui} = \tau_{ik} + \frac{(v_k - v_i) \cos \alpha_{ik} - (u_k - u_i) \sin \alpha_{ik}}{l_{ik}} \dots \dots \dots z_u$$

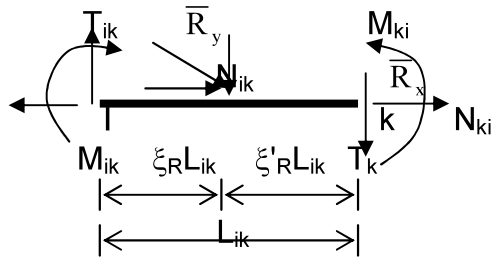
Ukupan broj uslova kompatibilnosti pomjeranja čvorova nosača jednak je ukupnom broju elemenata nosača:

$$z_o + z_u + z_s + z_k$$

2.4. Uslovi ravnoteže nosača

Da bi napisali uslove ravnoteže nosača zamislimo da smo kružnim presjecima isjekli sve čvorove i tome nosač rastavili na z_s nezavisnih štapova i K nezavisnih čvorova. Uticaj štapova na čvorove, i obrnuto, zamjenjujemo silama i momentima na krajevima štapova. Pod uticajem spoljašnjih sila i sila u presjecima sistem štapova i sistem čvorova su u ravnoteži.

Iz ravnoteže štapova slijedi:



Slika 8.

$$T_i = \bar{R}_y \xi'_R + \frac{M_k - M_i}{L}$$

$$T_k = -\bar{R}_y \xi_R + \frac{M_k - M_i}{L}$$

$$N_{ik} - N_{ki} = \bar{R}_x$$

$$N_i + N_k = 2S_{ik}$$

$$N_{ik} = S_{ik} + \bar{R}_x / 2$$

$$N_{ki} = S_{ik} - \bar{R}_x / 2$$

Sile na krajevima štapa prikazane su preko momenata M_{ik} , M_{ki} , sile S_{ik} i opterećenja duž ose štapa.

Na slici 9 prikazan je jedan čvor nosača u kome su neki štapovi kruto vezani a neki zglavkasto. Pored sila i momenata N , T i M na čvor djeluju i aktivna sila P_i i aktivni moment M_i , a ako je čvor oslonjen i uklješten postoje i reakcije oslonaca i reakcija uklještenja. Uslovi ravnoteže sila i momenta glase: